We present the first super-linear lower bounds for natural graph problems in the CONGEST model, answering a long-standing open question.

CONGESTモデルの自然グラフ問題の最初の超線形下限を提示し、長年の未解決の質問に答えます。

Specifically, we show that any exact computation of a minimum vertex cover or a maximum independent set requires Ω(n2/log2n) rounds in the worst case in the CONGEST model, as well as any algorithm for χ-coloring a graph, where χ is the chromatic number of the graph. We further show that such strong lower bounds are not limited to NP-hard problems, by showing two simple graph problems in P which require a quadratic and near-quadratic number of rounds.

具体的には、CONGESTモデルにおいて最小頂点被覆または最大独立集合の正確な計算には、最悪の場合にΩ（n2 / log2n）ラウンド必要であること、グラフをχ彩色するためのアルゴリズムに対しても同様であることを示します。ここで、χはグラフの彩色数です。さらに、2次およびほ​​ぼ2次のラウンド数を必要とする、Pの2つの単純なグラフ問題を示すことにより、このような強い下限がNP困難問題に限定されないことを示します。

Finally, we address the problem of computing an exact solution to weighted all-pairs-shortest-paths (APSP), which arguably may be considered as a candidate for having a super-linear lower bound. We show a simple Ω(n) lower bound for this problem, which implies a separation between the weighted and unweighted cases, since the latter is known to have a complexity of Θ(n/logn). We also formally prove that the standard Alice-Bob framework is incapable of providing a super-linear lower bound for exact weighted APSP, whose complexity remains an intriguing open question.

最後に、重み付き全ペア最短経路（APSP）の正確な解を計算する問題に対処します。これは、間違いなく、超線形の下限を持つ候補と見なされる可能性があります。この問題の単純なΩ（n）下限を示します。これは、重み付けされたケースと重み付けされていないケースの分離を意味します。後者は、Θ（n / logn）の複雑性を持つことが知られているためです。 また、標準のAlice-Bobフレームワークでは、正確に重み付けされたAPSPに超線形の下限を提供できないことを正式に証明します。その複雑性は、依然として興味深い未解決の問題です。